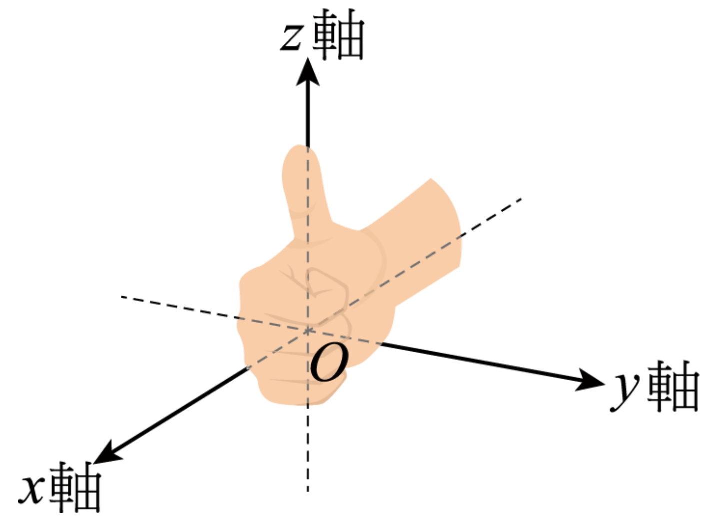
單元 2 空間向量的坐標表示法

2 空間向量的坐標表示法

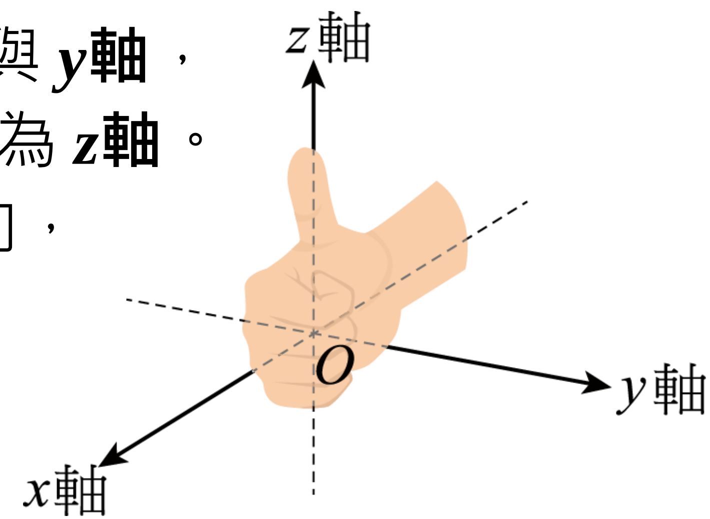
本單元中，我們將建立空間坐標系，將空間中的每一個點賦予坐標，作為連結代數與空間幾何的工具。



有了坐標系後，再仿照平面向量，引進坐標表示法來描述空間向量，並介紹其加減法與係數積。

甲、空間坐標系

如圖，在空間中任取一點O作為**原點**，
過原點O作兩兩互相垂直的三條直線，
並在這三條直線上取適當長度為單位長，
接著任選其中二條直線，分別稱為 ***x*軸**與 ***y*軸**，
並指定其正負方向；剩下的一條直線稱為 ***z*軸**。
最後採用「右手系」規定z軸的正負方向，
說明如下：
將右手拇指以外的四指併攏，
指向 x 軸正向，然後往 y 軸正向握拳，
此時拇指所指的方向就是 z 軸的正向。

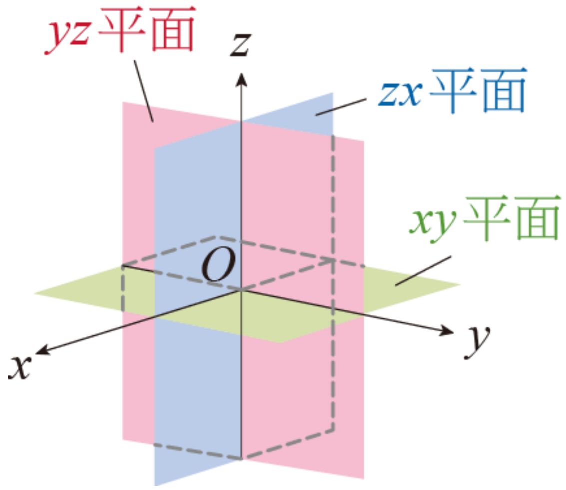


我們將 x 軸、y 軸與 z 軸統稱為**坐標軸**，
原點O、x 軸、y 軸與 z 軸組成了**空間坐標系**。

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

甲、空間坐標系

空間坐標系的任兩個坐標軸都可以決定一個平面，其中
由 x 軸與 y 軸所決定的平面稱為 ***xy* 平面**；
由 y 軸與 z 軸所決定的平面稱為 ***yz* 平面**；
由 z 軸與 x 軸所決定的平面稱為 ***zx* 平面**。
如圖所示。



我們將 xy 平面、yz 平面與 zx 平面統稱為**坐標平面**；
三坐標平面把空間分成八個部分，
每一個部分稱為一個**卦限**；
由三個坐標軸的正向所決定的卦限，稱為**第一卦限**，
其餘 7 個卦限沒有特別編號。

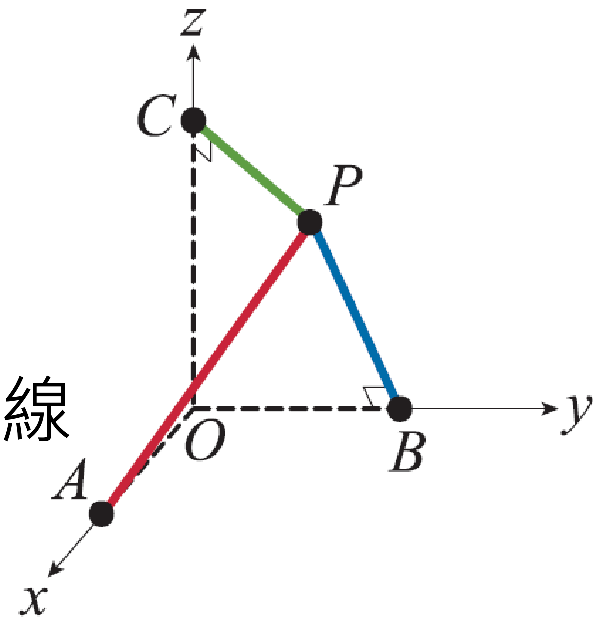
根據之前學過的二面角定義，可以得知：
xy平面、yz平面與 zx平面兩兩互相垂直。

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

甲、空間坐標系

(一)點的坐標

建立空間坐標系之後，該如何賦予這空間中一點P的坐標呢？
如圖，過P點分別向x軸、y軸、z軸作垂線垂足(投影點)分別為A,B,C三點



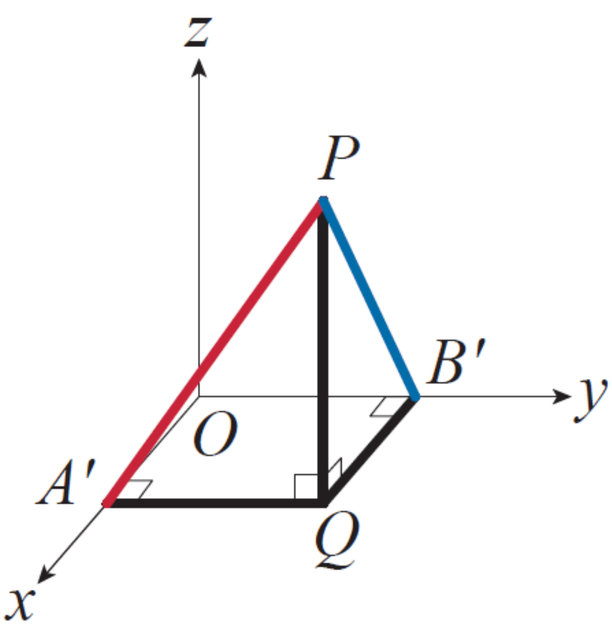
當A,B,C三點在x軸、y軸、z軸上的坐標分別為a,b,c時，稱(a,b,c)為P點的坐標，記作$P(a,b,c)$
其中a,b,c分別稱為P點的x坐標、y坐標、z坐標

延續上述各點的假設，底下我們分別來探討P點在三個坐標平面上的投影點(之坐標)及其在三個坐標軸上的投影點(即A,B,C)之坐標

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

甲、空間坐標系

(一)點的坐標



如圖，過P點向xy平面作垂線，垂足為Q點。再過Q點分別對x軸、y軸作垂線令垂足分別為A'點、B'點

由三垂線定理，得知直線PA'垂直x軸

即A'點與A點同為P點在x軸的垂足，於是A'點就是A點

因為A點在x軸上的坐標為a，所以Q點的x坐標為a

同理可知，B'點就是B點，即Q點在y軸的垂足為B點，因此Q點的y坐標為b

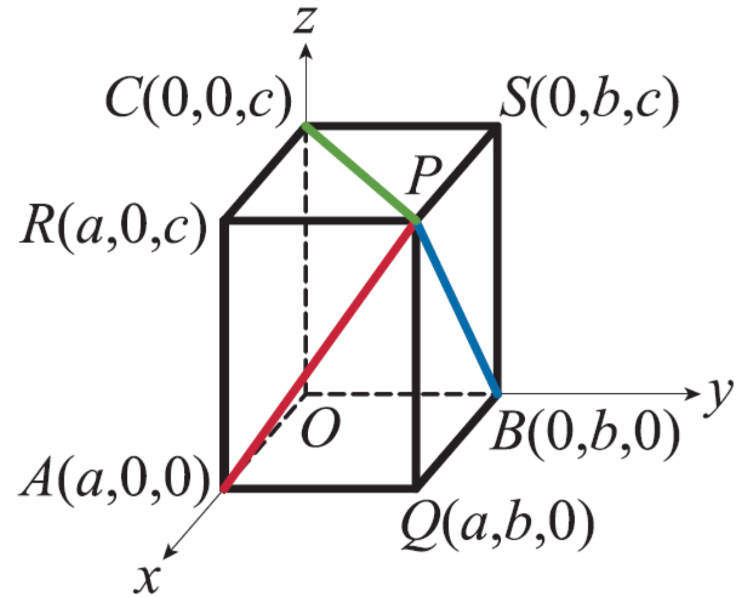
又因為z軸垂直xy平面於原點O，所以直線OQ垂直z軸，即Q點在z軸的垂足為O，因此Q點的z坐標為0

故Q點的坐標為$(a,b,0)$

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

甲、空間坐標系

（一）點的坐標



如圖，過P點分別向zx平面、yz平面作垂線，垂足分別為R點、S點

同理可知，R點在x軸、y軸、z軸的垂足分別為A點、原點O、C點

因此R點的坐標為$(a,0,c)$

S點在x軸、y軸、z軸的垂足分別為原點O、B點、C點

因此S點的坐標為$(0,b,c)$

另一方面，因為A點在x軸的垂足是A本身，且在y軸、z軸的垂足都是原點O，所以其坐標為$(a,0,0)$

同理可知，B點的坐標為$(0, b, 0)$，C點的坐標為$(0, 0, c)$

而且$OAQB$-$CRPS$是一個長方體

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

甲、空間坐標系

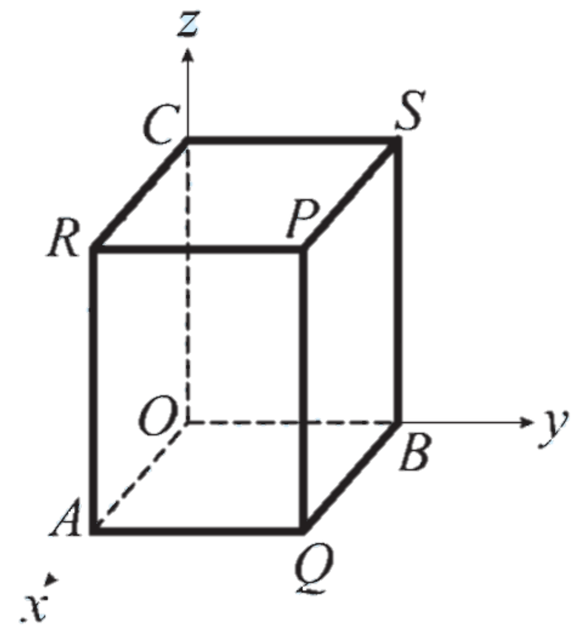
(一)點的坐標

根據上述,我們將點$P(a,b,c)$分別在三個坐標軸及三個坐標平面上的投影點之坐標整理如下

坐標軸	x 軸	y 軸	z 軸
P點的投影點坐標	$(a,0,0)$	$(0,b,0)$	$(0,0,c)$
坐標平面	xy 平面	yz 平面	zx 平面
P點的投影點坐標	$(a,b,0)$	$(0,b,\mathrm{c})$	$(a,0,c)$

例題

1. 右圖是空間中的一個長方體，頂點 O 為原點，且 A, B, C 分別在 x 軸、y 軸、z 軸上。已知頂點 P 的坐標為(2 ,3 ,4)，求頂點 A, B, C, Q, S, R 的坐標。



解：

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

（二）兩點的距離公式

當空間中的點被賦予坐標之後，就可以利用畢氏定理計算出任意兩點的距離，推導如下

設$P(x_1, y_1, z_1), Q(x_2, y_2, z_2)$為空間中兩點，

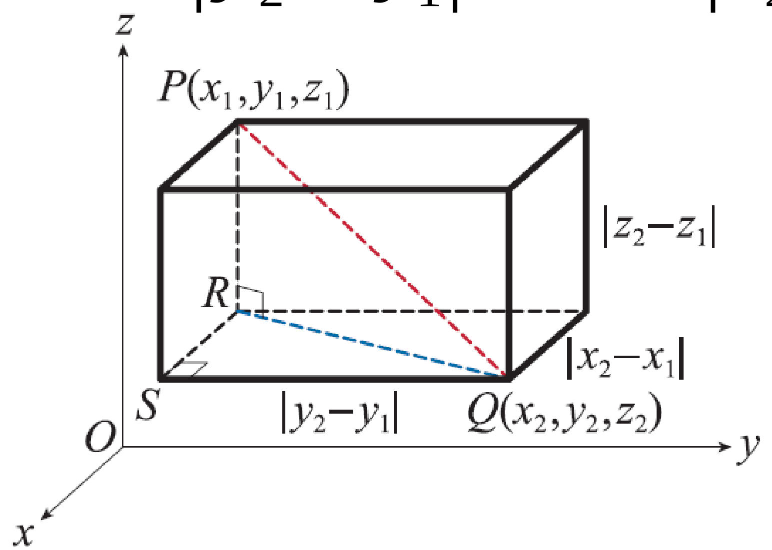
其中$x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2, z_1 \neq z_2$。

過P與Q兩點，分別作與坐標平面平行的平面，

則此六個平面構成一個長方體，它的三邊長分別為

$\overline{RS} = |x_2 - x_1|, \overline{QS} = |y_2 - y_1|, \overline{PR} = |z_2 - z_1|$

如圖所示：



龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

空間中兩點的距離公式

空間中，$P(x_1,y_1,z_1),Q(x_2,y_2,z_2)$ 兩點的距離為

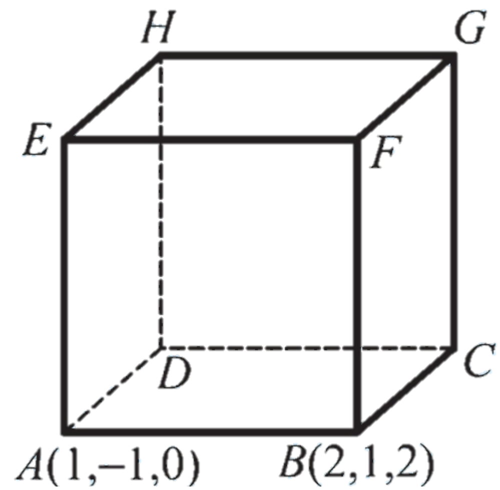
$$\overline{PQ}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

有了距離公式後，只要給定兩點的坐標，就可求出此兩點的距離。

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

例題

2. 設$A(1,-1,0)$，$B(2,1,2)$ 是空間中一正立方體的兩個頂點，如圖所示。
(1) 求 $\overline{AB}$ 的長。
(2) 若$(6,0,1)$ 是正立方體的一個頂點，則$(6,0,1)$ 是圖中的哪一個頂點？



解：

隨堂

已知$A(2, 3, 6)$,$B(-1, 5, 0)$,$C(4, -3, 3)$ 為空間中三點求$\triangle ABC$ 的三邊長，並說明此三角形為等腰直角三角形。

解：

利用兩點的距離公式，得

$$\overline{AB}=\sqrt{(-1-2)^2+(5-3)^2+(0-6)^2}=\sqrt{49}=7$$

$$\overline{BC}=\sqrt{\left(4-(-1)\right)^2+(-3-5)^2+(3-0)^2}=\sqrt{98}=7\sqrt{2}$$

$$\overline{AC}=\sqrt{(4-2)^2+(-3-3)^2+(3-6)^2}=\sqrt{49}=7$$

因為 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 且 $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$

所以$\triangle ABC$ 為等腰直角三角形

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

例題

3. 空間中，已知 $A(1, 2, -1)$, $B(2, 1, 3)$，且 z 軸上一點 P 滿足 $\overline{AP}=\overline{BP}$，求 P 點的坐標。

解：

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

隨堂

空間中，已知正三角形 PQR 的兩個頂點為 $P(3,0,1)$，$Q(1,1,2)$，且另一頂點 $R(x,2,z)$ 在xy平面上，求實數 x，z 的值。

解：

因為 $R(x,2,z)$ 在 xy 平面上，所以 $z=0$

又因為$\triangle PQR$為正三角形，所以 $\overline{PR}=\overline{PQ}=\overline{QR}$

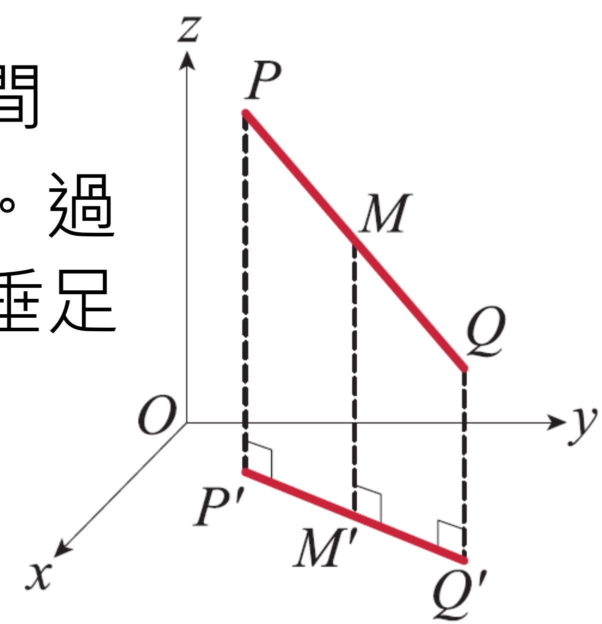
即$\sqrt{(x-3)^2+4+1}=\sqrt{4+1+1}=\sqrt{(x-1)^2+1+4}$

因此$(x-3)^2=1$ 且 $(x-1)^2=1$

解得$x=2$。故$x=2$， $z=0$

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

（三）中點坐標公式



如圖，設$P(x_1,y_1,z_1),Q(x_2,y_2,z_2)$為空間中相異的兩點，$M(x,y,z)$為$\overline{PQ}$的中點。過$P$, M , Q 三點分別作 xy 平面的垂線，垂足分別為 P' , M' , Q'

在梯形$PP'Q'Q$中，因為M為$\overline{PQ}$的中點

且$\overline{PP'}$ // $\overline{MM'}$ // $\overline{QQ'}$，所以M'為$\overline{P'Q'}$的中點

又因為$P'(x_1,y_1,0),Q'(x_2,y_2,0),M'(x,y,0)$三點同在$xy$平面上

所以由平面的中點公式，得$x=\dfrac{x_1+x_2}{2}$, $y=\dfrac{y_1+y_2}{2}$

可得$z=\dfrac{z_1+z_2}{2}$

故M的坐標為$\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\dfrac{y_1+y_2}{2},\dfrac{z_1+z_2}{2}\right)$

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

例題

4. 已知△ABC的三頂點坐標為$A(2, 3, 5)$，$B(-3, 9, 8)$，$C(-5, 3, 6)$，求$\overline{BC}$邊上的中線長

解：

龍騰文化 肯定自己 ▸ 肯定不同

隨堂

已知平行四邊形$ABCD$的三頂點坐標為$A(1, 1, 4)$ $B(2, 4, 3)$, $C(3, 5, 6)$，求

(1)$\overline{AC}$ 的中點坐標

(2)D點坐標

解：

(1) 由中點坐標公式，得$\overline{AC}$ 的中點坐標為

$$\left(\frac{1+3}{2}, \frac{1+5}{2}, \frac{4+6}{2}\right)=(2,3,5)$$

(2)由 $(2,3,5)=\left(\frac{x+2}{2}, \frac{y+4}{2}, \frac{z+3}{2}\right)$

解得 $x=2, y=2, z=7$

故D點坐標為$(2, 2, 7)$

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

乙、空間向量的坐標表示法

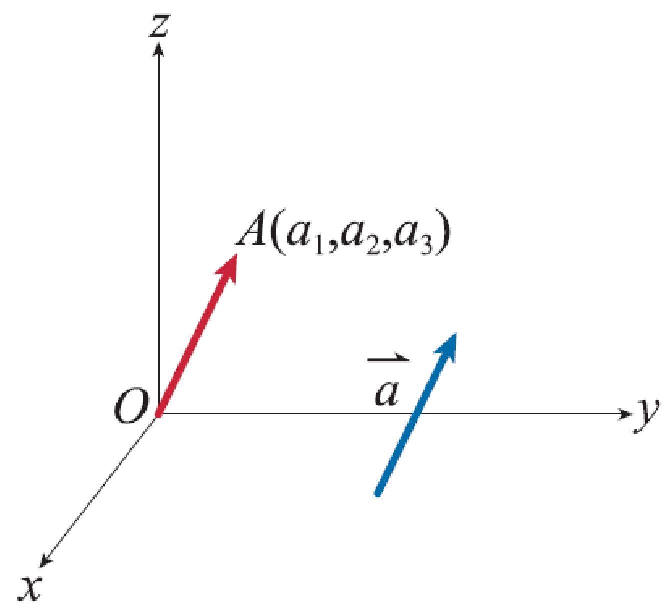
建立空間坐標系之後，我們也可以像平面向量一樣，將空間中的向量坐標化

在空間中，每一點A都可和原點O連結形成向量$\overline{OA}$，稱為A點的**位置向量**

對於任意一個向量$\vec{a}$，都可以將其平移，使其始點落在原點O上

若平移後其終點為A，則$\vec{a}=\overline{OA}$

如圖所示



龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

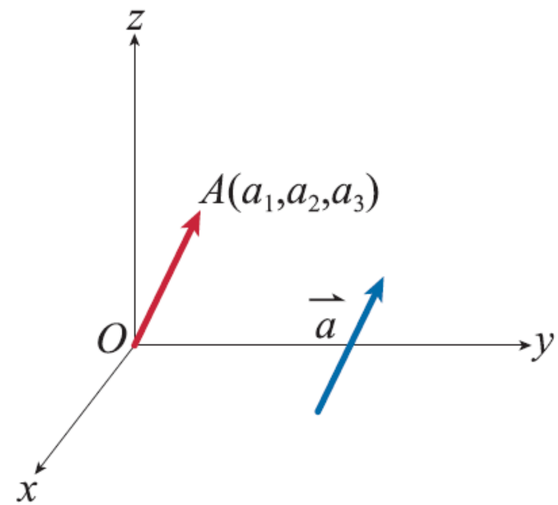
乙、空間向量的坐標表示法

這樣一來，空間中的每一個$\vec{a}$都可由空間中的一點A決定，且$\vec{a}$和A點的位置向量$\overrightarrow{OA}$相等

因此，向量$\vec{a}$可以用A點的坐標(a_1,a_2,a_3)唯一表示，記作$\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$，其中a_1,a_2,a_3分別稱為向量$\vec{a}$的**x分量, y分量與z分量**

並且由兩點距離公式，得向量$\vec{a}$的長度為

$$\left|\vec{a}\right|=\overline{OA}=\sqrt{a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2}$$



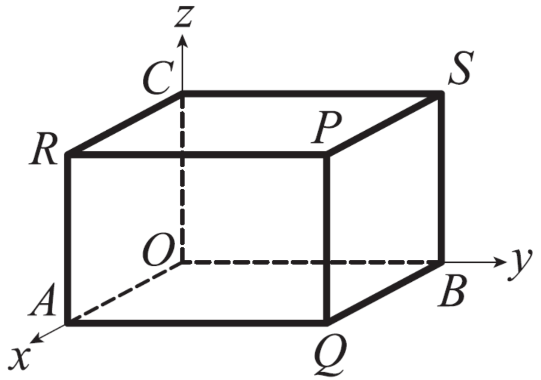
龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

隨堂

圖是空間中的一個長方體。已知$P(3, 8, 5)$，求

(1)向量$\overrightarrow{OP}$與$\overrightarrow{OQ}$的坐標表示法

(2)$\left|\overrightarrow{OP}\right|$與$\left|\overrightarrow{OQ}\right|$的值



解：

(1) 因為$P(3, 8, 5)$, $Q(3, 8, 0)$

所以$\overline{OP}=(3,8,5),\overline{OQ}=(3,8,0)$

(2)$\left|\overline{OP}\right|=\sqrt{3^2+8^2+5^2}=7\sqrt{2},\left|\overline{OQ}\right|=\sqrt{3^2+8^2+0^2}=\sqrt{73}$

向量的坐標表示

若$A(a_1,a_2,a_3),B(b_1,b_2,b_3)$為空間中兩點，則

$$\overrightarrow{AB}=(b_1-a_1,b_2-a_2,b_3-a_3)$$

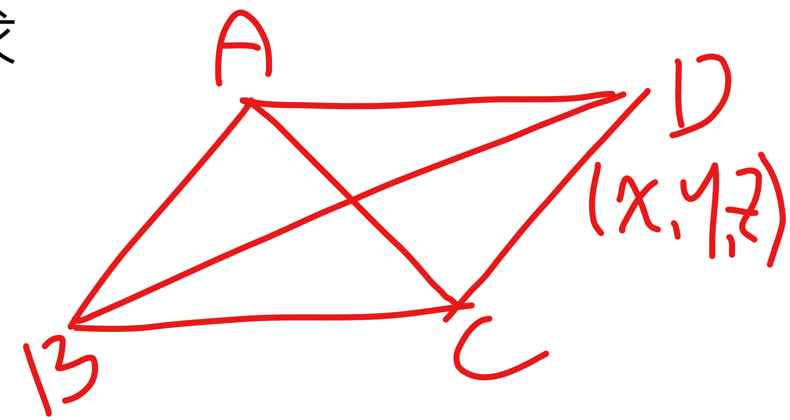
且$\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(b_1-a_1)^2+(b_2-a_2)^2+(b_3-a_3)^2}$

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

例題

5. 空間中，已知$A(1, 2, 3)$，$B(4, 3, 1)$，$C(5, 4, 3)$ 為平行四邊形$ABCD$的三個頂點，求

(1)向量 $\overrightarrow{BC}$　　(2)D點的坐標



解：

(1) $\overrightarrow{BC}=(1,1,2)$

(2) D：法1) $A+C=B+D$

$\therefore D(2,3,5)$

法2) $(x-1,y-2,z-3)=(1,1,2)$

$\therefore x=2,y=3,z=5$

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

隨堂

設$A(1, 2, 3)$，$B(-1, 4, 2)$ 為空間中兩點

(1)求$\overrightarrow{AB}$ 與 $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ (2)已知$\overrightarrow{AC}=(2,1,-2)$ ，求C點的坐標

解：

(1) 利用空間向量的坐標表示法，得

$$\overrightarrow{AB}=(-1-1,4-2,2-3)=(-2,2,-1)$$

$$\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(-2)^2+2^2+(-1)^2}=3$$

(2) 設C點的坐標為(x, y, z)

因為$\overrightarrow{AC}=(x-1,y-2,z-3)=(2,1,-2)$

所以$x=3$, $y=3$, $z=1$

故C點的坐標為$(3, 3,1)$

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

丙、空間向量的加減法與係數積

空間向量的加法、減法與係數積的幾何意義與平面向量相同，它們的坐標表示法也與平面向量類似，討論如下

向量加法、減法與係數積的坐標表示

若$\vec{a}=(a_1,a_2,a_3),\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$為空間中兩向量$r$為實數，則

(1) 加法：$\vec{a}+\vec{b}=(a_1+b_1,a_2+b_2,a_3+b_3)$

(2) 減法：$\vec{a}-\vec{b}=(a_1-b_1,a_2-b_2,a_3-b_3)$

(3) 係數積：$r\vec{a}=(ra_1,ra_2,ra_3)$

$r\vec{a}, \vec{a}$

例題

6. 已知向量 $\vec{a}=(2,1,1)$, $\vec{b}=(-3,3,-1)$, $\vec{c}=(-5,5,-1)$，求

(1) 向量 $3\vec{a}+\vec{b}$ 及其長度

(2) 向量 $\vec{a}-3\vec{b}+2\vec{c}$ 及其長度

解：

(1) $3\vec{a}+\vec{b}=(6,3,3)+(-3,3,-1)$

$=(3,6,2)$ $\therefore |3\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{49}=7$

(2) $\vec{a}-3\vec{b}+2\vec{c}=(2,1,1)-(-9,9,-3)+(-10,10,-2)$

$=(1,2,2)$

$\therefore |\vec{a}-3\vec{b}+2\vec{c}|=\sqrt{9}=3$.

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

隨堂

已知向量 $\overrightarrow{a}=(2,1,-2)$, $\overrightarrow{b}=(3,-1,-6)$，求 $3\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$ 及 $\left|3\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}\right|$

解：

由向量加法、減法與係數積的坐標表示，得

$$
\begin{aligned}
3\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b} &= 3(2, 1, -2)-(3, -1, -6)\\
&=(6, 3, -6)-(3, -1, -6)\\
&=(3, 4, 0)
\end{aligned}
$$

$$\left|3\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}\right|=\sqrt{3^2+4^2+0^2}=\sqrt{25}=5$$

我們知道

當兩個非零向量 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 滿足 $\overrightarrow{a}=r\,\overrightarrow{b}$ (r為實數)時，$\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 平行

利用向量的平行可判斷給定的三點是否共線，舉例如下

例題

7. 已知 $A(9, 3, 1)$, $B(6, 4, 3)$ 與 $C(0, 6, 7)$ 為空間中三點

(1)求向量 $\overrightarrow{AB}$ 及 $\overrightarrow{AC}$

(2)判斷 A , B , C 三點是否共線?

解：

(1) $\overrightarrow{AB}=(-3,1,2)$, $\overrightarrow{AC}=(-9,3,6)$

(2) $\overrightarrow{AB}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{AC}$, 又同起點

$\therefore$ A,B,C 共線.

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

隨堂

已知空間中$A(3, 2, 5)$，$B(5, 3, 1)$，$C(-1, y, z)$三點共線求 y，z 的值

解：

因為 A，B，C 三點共線，所以$\overrightarrow{AB} \,/\!/\, \overrightarrow{AC}$

又因為$\overrightarrow{AB}=(2,1,-4)$, $\overrightarrow{AC}=(-4,y-2,z-5)$

所以 $\dfrac{2}{-4}=\dfrac{1}{y-2}=\dfrac{-4}{z-5}$

解得 $y=0$， $z=13$

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

丁、空間向量的線性組合與分點公式

(一)線性組合

在第三冊的平面向量中，我們知道形如 $x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$

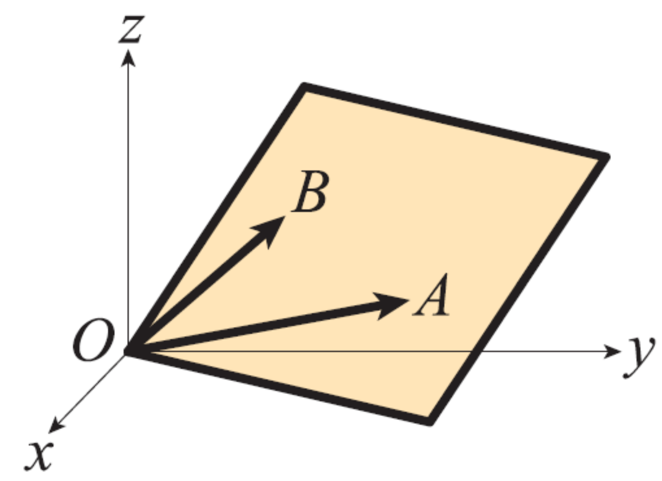
(其中x,y為實數)的向量，稱為$\overrightarrow{OA}$與$\overrightarrow{OB}$的線性組合

如圖所示，因為空間中不共線的O,A,B三點決定一個平面

所以$\overrightarrow{OA}$與$\overrightarrow{OB}$的任何線性組合都會落在這個平面上，

而且此平面上的每一個向量都可以唯一表示成

$x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$ 的形式



例題

8. 已知空間中的一點$P(1, 5, k)$落在$O(0, 0, 0)$，$A(-2, 2, 0)$，$B(3, 6, -3)$三點決定的平面上，且 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$，求 x，y，k 的值

$C(1,3,1)$

$+z\overrightarrow{OC}$

解：

$(1,5,k)=(-2x,2x,0)+(3y,6y,-3y)$

$\therefore \begin{cases} -2x+3y=1 \\ 2x+6y=5 \\ -3y=k \end{cases}$ $\therefore 9y=6 \Rightarrow y=\frac{2}{3},\ x=\frac{1}{2}$

$\therefore k=-2$

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

隨堂

已知空間中的一點$P(4, -1, -7)$落在$O(0, 0, 0)$, $A(1, 0,-3)$ $B(-2, 1, 1)$三點決定的平面上，且$\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$，求 x , y 的值

解：

因為 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$，所以

$$(4, -1, -7) = x\,(1, 0, -3) + y\,(-2, 1, 1)$$
$$= (x-2y, y, -3x+y)$$

得聯立方程式 $\begin{cases} x-2y=4 & ① \\ y=-1 & ② \\ -3x+y=-7 & ③ \end{cases}$

由①②解得 $x=2$, $y=-1$，代入③符合

利用向量的線性組合，可以表示空間中的線段或平行四邊形區域，舉例如下

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

例題

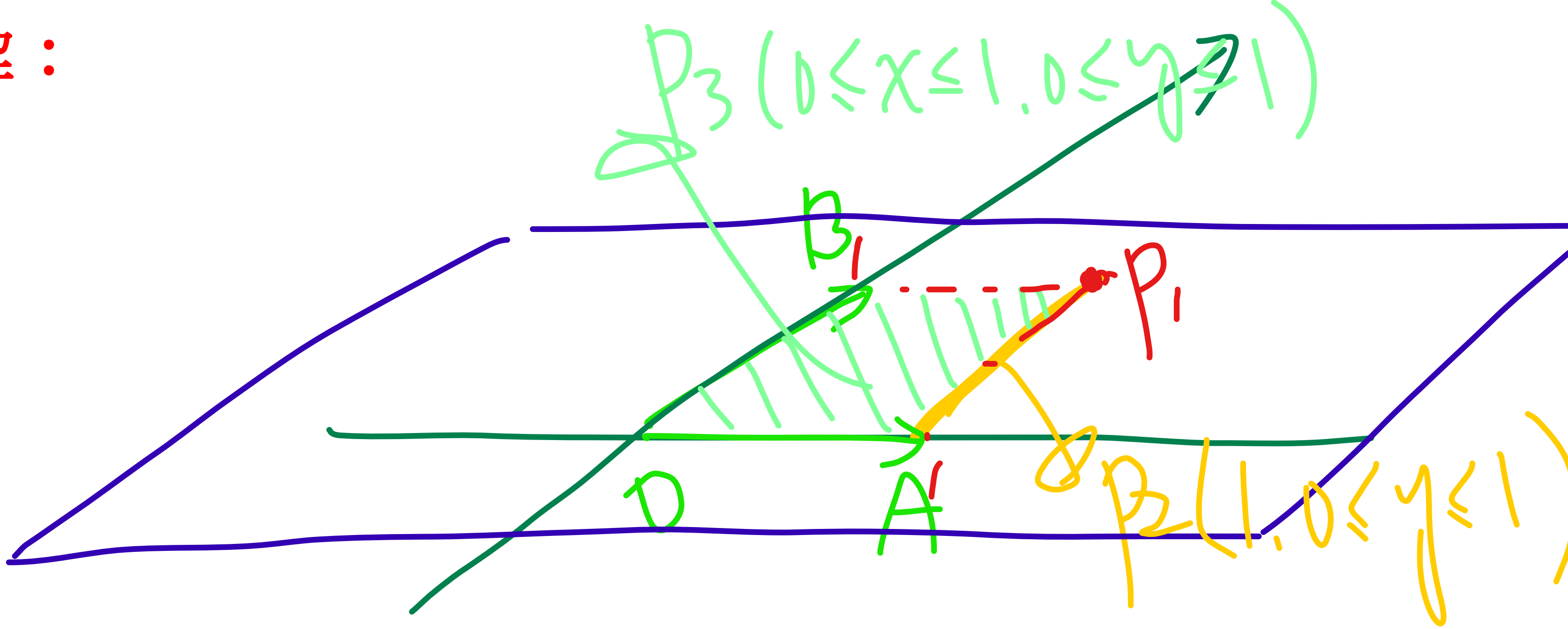
9\. 設 $\overrightarrow{OA}$ 與 $\overrightarrow{OB}$ 為空間中兩個不平行的非零向量，且令

$$\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$$

試依下列各指定範圍標出所有 P 點所形成的區域

(1) $x=1, y=1$。(2) $x=1, 0\le y\le 1$。(3) $0\le x\le 1$，$0\le y\le 1$

解：

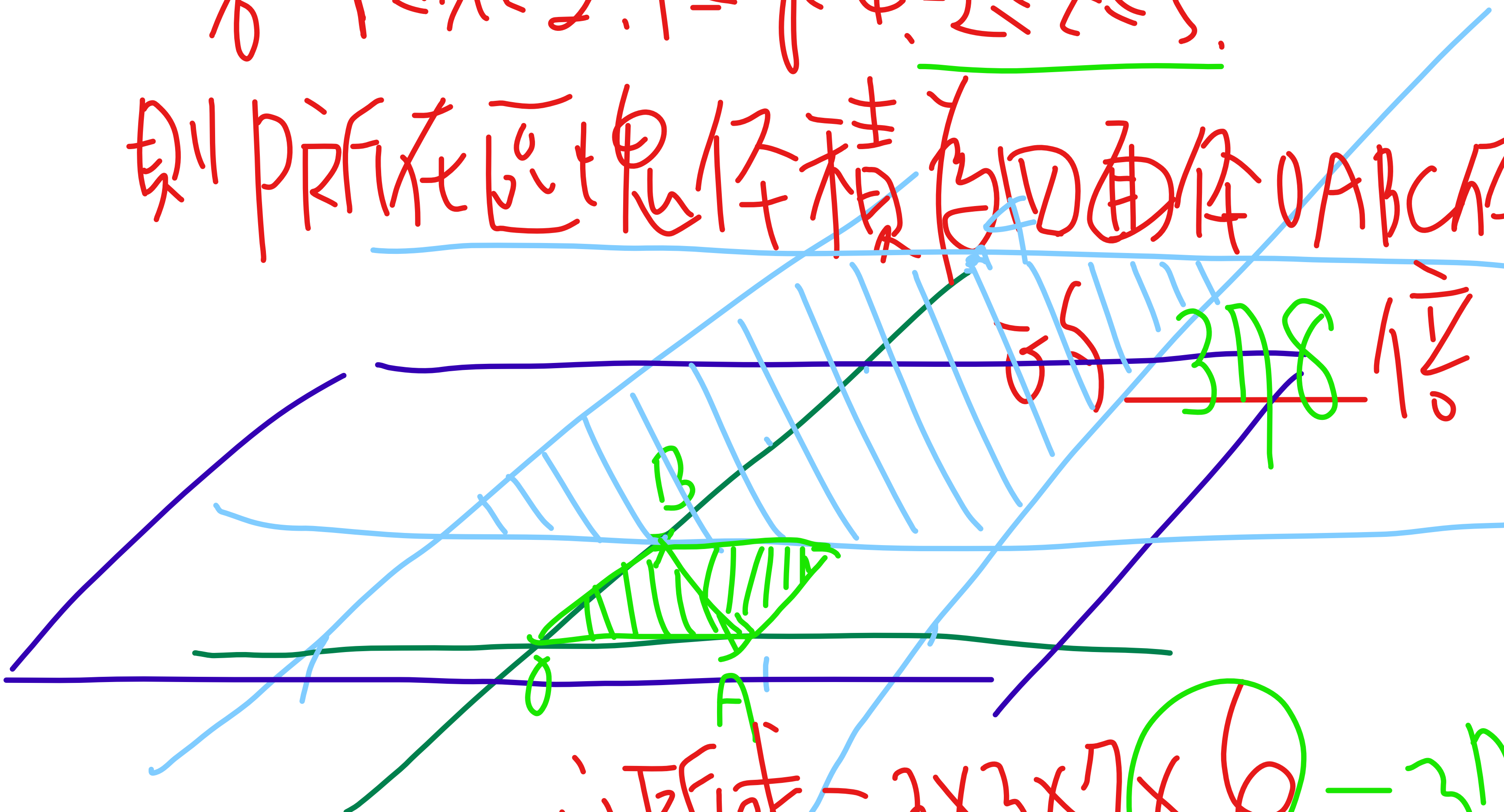


例題

補 $\vec{OP}=x\vec{OA}+y\vec{OB}+z\vec{OC}$，且 $\vec{OA},\vec{OB},\vec{OC}$ 不共面

若 $-1\le x\le 2$，$1\le y\le 4$，$-2\le z\le 5$，

則P所在區塊體積為四面體OABC體積的 ___378___ 倍

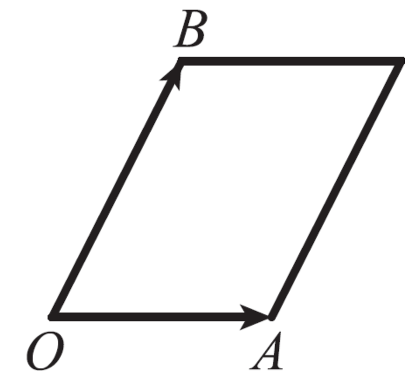


$\therefore$ 所求 $=3\times3\times7\times6=378$

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

隨堂

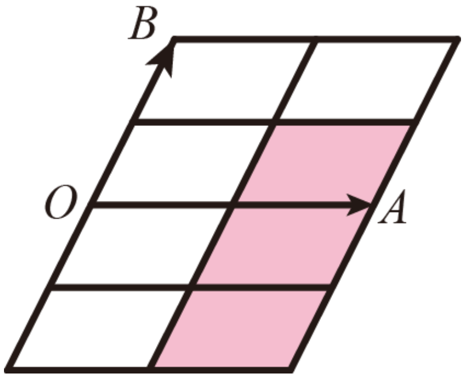
承例題9，若指定範圍為 $\frac{1}{2}\le x\le 1, -1\le y\le \frac{1}{2}$，則所有$P$點所形成區域的面積是$\overrightarrow{OA}$與$\overrightarrow{OB}$決定的平行四邊形面積之多少倍？



解：

當 $\frac{1}{2}\le x\le 1, -1\le y\le \frac{1}{2}$ 時

P點所形成的區域為圖中鋪色的平行四邊形區域(含邊界)



其面積為$\overrightarrow{OA}$與$\overrightarrow{OB}$決定的平行四邊形面積之$\frac{3}{4}$倍

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

（二）分點公式

如圖，設O為原點，$A(x_1, y_1, z_1)$與$B(x_2, y_2, z_2)$為空間中的兩點，點$P(x,y,z)$在線段AB上，且 $\overline{AP}:\overline{PB}=m:n$

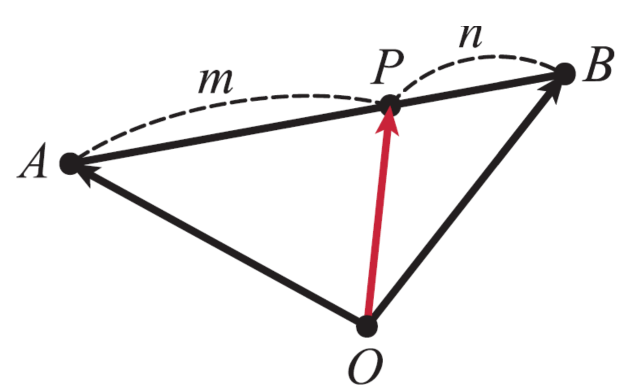
因為$OAPB$四點共平面，所以由平面向量的分點公式，得

$$\overrightarrow{OP}=\frac{n}{m+n}\overrightarrow{OA}+\frac{m}{m+n}\overrightarrow{OB}$$

用坐標表示，得

$$(x,y,z)=\frac{n}{m+n}(x_1,y_1,z_1)+\frac{m}{m+n}(x_2,y_2,z_2)$$

$$=\left(\frac{nx_1+mx_2}{m+n},\frac{ny_1+my_2}{m+n},\frac{nz_1+mz_2}{m+n}\right)$$



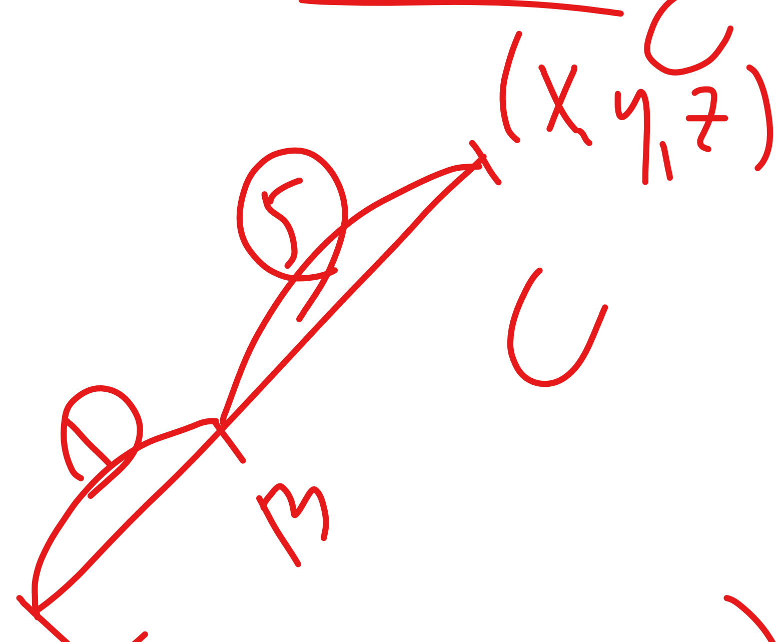
因此，我們有以下的公式

例題

10. 小明在天文網站上看到以下的資訊：「可利用北斗七星斗杓的天璇與天樞這兩顆星來尋找北極星：由天璇起始向天樞的方向延伸便可找到北極星，其中天樞與北極星的距離為天樞與天璇距離的5倍。」今小明將所見的星空想像成一個坐標空間，其中天璇的坐標為(9, 8, 1)及天樞的坐標為(7,11, 2)。依上述資訊求北極星的坐標。

解：

$\overrightarrow{AC} = \boxed{6}\overrightarrow{AB}$

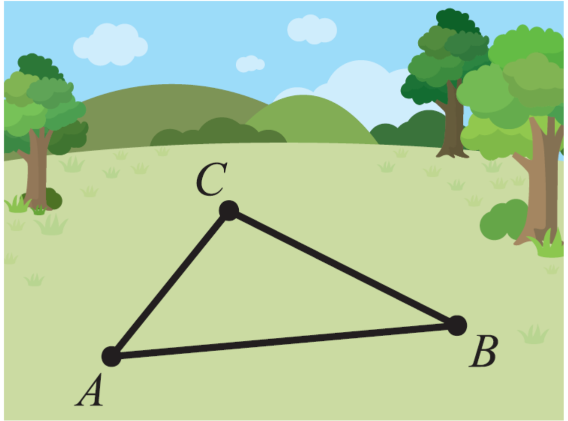


$(x-9, y-8, z-1)$

$= 6(-2, 3, 1)$ $\therefore C(x,y,z) = (-3, 26, 7)$

隨堂

公園立體模型的斜坡是平坦的面，斜坡上標有A,B,C三點，預計在這三點各種一棵櫻花樹；在$\overline{BC}$的中點放一張石椅；在$\triangle ABC$的重心立一石碑。現在景觀設計師將此立體模型設定一個坐標空間，其中A,B,C三點的坐標如下：$A(0, 0, 0)$，$B(5, 0, 2)$，$C(7, 6, 4)$。求(1) 石椅的坐標。(2) 石碑的坐標。



解：

(1) 利用中點坐標公式

得$\overline{BC}$的中點M之坐標為

$$\left(\frac{5+7}{2},\frac{0+6}{2},\frac{2+4}{2}\right)=(6,3,3)$$

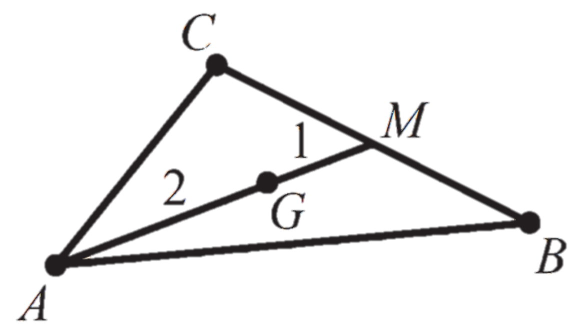
故石椅的坐標為$(6, 3, 3)$

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

隨堂

公園立體模型的斜坡是平坦的面，斜坡上標有A,B,C三點，預計在這三點各種一棵櫻花樹；在$\overline{BC}$的中點放一張石椅；在$\triangle ABC$的重心立一石碑。現在景觀設計師將此立體模型設定一個坐標空間，其中A,B,C三點的坐標如下：$A(0, 0, 0)$，$B(5, 0, 2)$，$C(7, 6, 4)$。求(1) 石椅的坐標。(2) 石碑的坐標。

解：



(2) 設 G 為$\triangle ABC$的重心

因為 $\overline{AG}:\overline{GM}=2:1$

所以利用分點公式，得 G 的坐標為

$$\left(\frac{1\times0+2\times6}{1+2},\frac{1\times0+2\times3}{1+2},\frac{1\times0+2\times3}{1+2}\right)=(4,2,2)$$

故石碑的坐標為(4, 2, 2)

龍騰文化 肯定自己 ➤ 肯定不同

Ending 1:

單元2結束

求 $\overline{AP}+\overline{PB}$ 之 min（$P\in x$軸）

$$=\overline{A''B'}=\sqrt{6^2+(18)^2+0^2}$$

$$=6\sqrt{10}$$